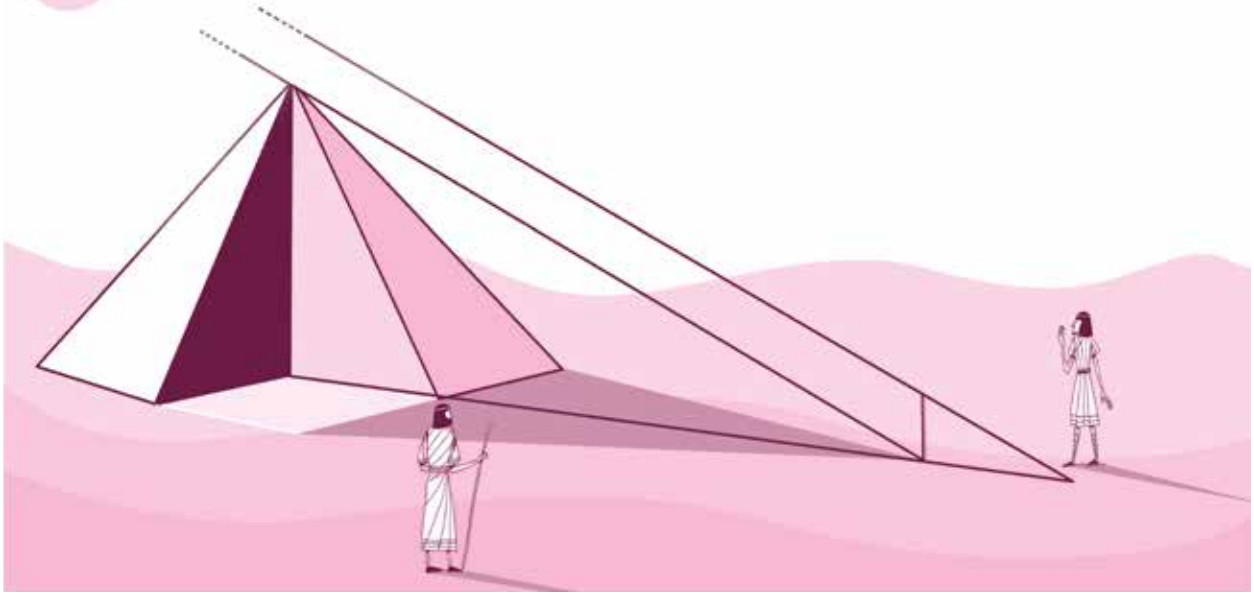


اندازه‌گیری ارتفاع‌های بلند

عباس قلعه‌پور اقدم
دبیر ریاضی ارومیه

اشاره

محاسبهٔ طول‌ها و فاصله‌هایی که در دسترس نیستند و یا فاصله‌هایی که امکان دسترسی برای اندازه‌گیری آن‌ها دشوار است، مانند محاسبهٔ بلندی یک درخت یا ارتفاع یک برج، از جمله کاربردهای قضیهٔ تالس و تشابه شکل‌های هندسی است که در کتاب هندسهٔ دهم به آن پرداخته شده است. در تمرینات فصل دوم از کتاب درسی هندسه، مجموعاً سه روش برای محاسبهٔ ارتفاع یک درخت بلند معرفی شده است. در این مقاله در قالب یک کار عملی، بلندی یک نورافکن و یک درخت را علاوه بر این سه روش با روش چهارمی نیز که به تالس منتسب است، اندازه می‌گیریم.

کلیدواژه‌ها: اندازه‌گیری، ارتفاع درخت، آموزش هندسه، تشابه شکل‌ها

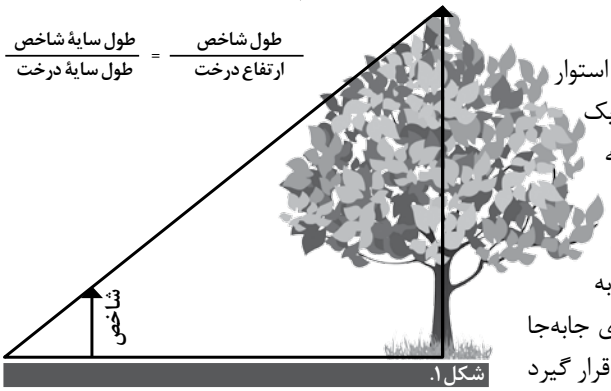
■ **کار عملی:** دو روش اول برای اندازه‌گیری ارتفاع درخت و دو روش بعدی برای محاسبهٔ ارتفاع یک نورافکن به‌کار گرفته می‌شوند.

● روش اول

اساس کار در روش اول بر قضیهٔ تالس استوار است. چیزهایی که نیاز داریم، عبارت‌اند از: یک روز آفتابی، یک متر ترجیحاً طویل و یک قطعه چوب کوتاه.

در امتداد خط راستی که سایهٔ درخت روی زمین تشکیل داده است، قطعه چوب را که به آن شاخص می‌گویند، طوری به‌صورت عمودی جابه‌جا می‌کنیم که سایهٔ آن روی امتداد سایهٔ درخت قرار گیرد و نوک سایهٔ شاخص نیز بر نوک سایهٔ درخت منطبق شود. حال طول سایهٔ درخت و شاخص را هم‌زمان اندازه می‌گیریم. طول شاخص را نیز داریم. با توجه به شکل ۱ و قضیهٔ تالس خواهیم داشت:

$$\frac{\text{طول شاخص}}{\text{ارتفاع درخت}} = \frac{\text{طول سایهٔ شاخص}}{\text{طول سایهٔ درخت}}$$



شکل ۱.

نتایج کار عملی به شرح زیر بود:

زمان: روز یکشنبه ۹۶/۵/۱، ساعت ۱۱ صبح

طول سایهٔ شاخص = ۷۵ سانتی‌متر

طول سایهٔ درخت = ۶۳۰ سانتی‌متر

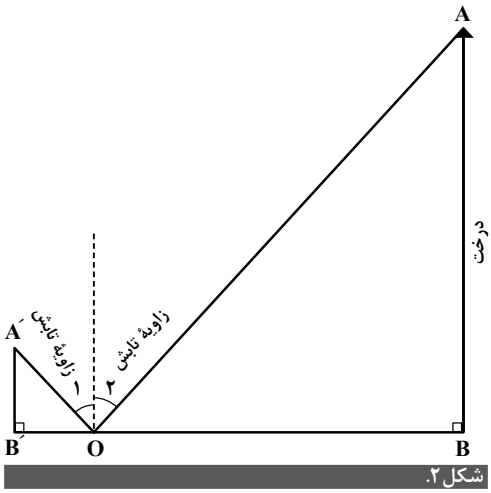
طول شاخص = ۱۰۵ سانتی‌متر

$$\Rightarrow \frac{۷۵}{۶۳۰} = \frac{۱۰۵}{h} \Rightarrow h = ۸۸۲$$ (ارتفاع درخت) سانتی‌متر

روش دوم

اســـاس کار روش دوم بر تشـــابه مثلث‌ها و خواص انعکاس نور و تشـــکیل تصویر در آینه‌های تخت استوار است. لوازم مورد نیاز عبارت‌اند از: آینهٔ کوچک تخت و متر ترجیحاً طویل.

در فاصلهٔ دلخواهی از پای درخت می‌ایستیم. آینهٔ تخـــت کوچکی را که در مقیاس بـــزرگ می‌توان آن را نقطه در نظر گرفت (نقطهٔ O در شکل ۲)، در مسیر خط راستی که از پای درخت تا پای خودمان کشیده‌ایم، در نقطه‌ای روی زمین قرار می‌دهیم. سپس روی این خط آنقـــدر به جلو و عقب حرکت می‌کنیم تا بتوانیم تصویر نوک درخت را در آینه ببینیم. در این لحظه و به‌عبارت بهتر در این فاصلـــه، طبق خواص تصویر در آینهٔ تخت که زوایای تابش و بازتابش با هم برابرند، اگر یک چشم فرضی در نوک درخت فرض کنیم، آن چشم هم تصویر چشـــم ما را در آینه خواهد دید. با توجه به شـــکل ۲ و تشابه مثلث‌ها خواهیم داشت:



شکل ۲.

$$\left.\begin{matrix} \hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ \Rightarrow A\hat{O}B = A'\hat{O}B' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

مثلث‌های AOB و A´OB´ متشابه‌اند. $\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{OB}{OB'}$

$$\Rightarrow \frac{\text{فاصلهٔ درخت تا آینه}}{\text{فاصلهٔ شخص تا آینه}} = \frac{\text{ارتفاع درخت}}{\text{قد شخص مورد نظر}}$$

با یادآوری این نکته که به‌عنوان قد شخص، در اینجا فاصلهٔ چشمان وی تا زمین محاسبه می‌شود، نتایج کار عملی را که تصویر ۲ مربوط به آن می‌شود، می‌آوریم:

قد شخص = ۱۷۰cm

فاصلهٔ شخص تا آینه = ۱۳۰cm

فاصلهٔ درخت تا آینه = ۶۷۰cm

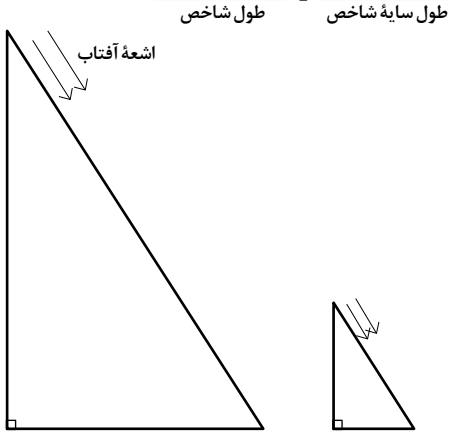
$$\frac{h}{۱۷۰} = \frac{۶۷۰}{۱۳۰} \Rightarrow h = ۸۷۶cm$$

روش سوم

اساس کار در روش ســـوم بر تشابه مثلث‌ها استوار است و لوازم مورد نیاز عبارت‌اند از: یک روز آفتابی، یک متر ترجیحاً طویل و یک شاخص.

شـــاخص را به‌صورت عمـــودی در نقطه‌ای از زمین نزدیک نورافکن محکم می‌کنیم. طول شـــاخص (فاصلهٔ نوک تا کف زمین) و طول ســـایهٔ شاخص و نورافکن را هم‌زمان اندازه می‌گیریم. حال با توجه به شکل ۳ و تشابه دو مثلث می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{طول سایهٔ نورافکن}}{\text{طول سایهٔ شاخص}} = \frac{\text{ارتفاع نورافکن}}{\text{طول شاخص}}$$



شکل ۳.

نتایج کار عملی:

طول سایهٔ نورافکن: ۱۵۷۰ سانتی‌متر

طول سایهٔ شاخص: ۶۷ سانتی‌متر

طول شاخص: ۱۰۵ سانتی‌متر

زمان: ساعت ۱۱:۲۰ یکشنبه ۹۶/۵/۱

$$\frac{۱۰۵}{۶۷} = \frac{x}{۱۵۷۰} \Rightarrow x = ۲۴۶۰ \text{ سانتی‌متر} = ۲۴/۶ \text{ متر}$$

روش چهارم

این همان روشی اســـت که تالس برای اندازه‌گیری ارتفاع اهرام مصر از آن استفاده کرد. این روش ساده‌ترین و کم‌خطاترین طریق اســـت و به محاسبات ریاضی نیاز نـــدارد. البته ایـــن محدودیت را دارد کـــه فضای اطراف ســـازه‌ای که می‌خواهیم ارتفاعش را بسنجیم، باید خالی و آزاد باشد. همچنین علاوه بر یک روز آفتابی، یک متر و یک شاخص، مقداری صبر و شکیبایی هم مورد نیاز است.

در هر موقعیت جغرافیایی در طول یک روز آفتابی دوبار اتفاق می‌افتد که طول ســـایهٔ جسم با طول خود جسم برابر می‌شود. این دو لحظه، یکی پیش و دیگری بعدازظهر روی می‌دهد که باید آن‌ها را از دســـت نداد و منتظر فرارسیدن یکی از آن‌ها شد. (این دو زمان مربوط به زاویهٔ تابش ۴۵ درجه‌ای خورشید هستند.)

- **کار عملی:** شـــاخص را نزدیک نورافکن در نقطه‌ای از زمین به‌صورت عمودی محکم می‌کنیم. سپس به مرکز شاخص و شـــعاعی برابر طول آن دایره‌ای روی زمین می‌کشیم و منتظر می‌مانیم تا سایهٔ شاخص به محیط دایره برسد. (طول شاخص با طول سایه‌اش برابر شود.) در این لحظه طول سایهٔ نورافکن را اندازه می‌گیریم. این همان طول یا به‌عبارت دیگر، ارتفاع نورافکن است.
- **نتایج کار عملی:** در ســـاعت ۱۶:۴۶ روز یکشـــنبه ۹۶/۵/۱ در موقعیت جغرافیایی پارک ساحلی ارومیه، طول جسم و طول سایهٔ جسم برابر شدند و طول سایهٔ نورافکن ۲۴/۶۵ متر به‌دست آمد که با عدد به دست آمده از روش سوم، فقط ۵ سانتی‌متر اختلاف داشت. تالس از عصای خود به‌عنوان شاخص استفاده کرده و ارتفاع اهرام مصر را با دقت بالایی محاسبه کرده بود.